

VAJE

Poglavje 3. GOSPODARSKI RAČUN

Zmesni, sklepni, delitveni in odstotni račun

Naloga 3.1

Kupec nabavlja tri vrste materiala (M1, M2 in M3) pri dveh enako oddaljenih dobaviteljih (D1 in D2).

Material je bil nabavljen pri obeh dobaviteljih po naslednjih cenah:

Cene (DE/ton)			
D1	120	180	380
D2	100	220	440

Količine nabavljenega materiala, so po dobaviteljih in vrstah materiala bile naslednje:

1

Količine (ton)	M1	M2	M3
D1	14	22	38
D2	45	66	45

Vprašanje:

- a) a) a) Povprečne nabavne cene za posamezen material
b) b) b) V kakšnem razmerju je treba nabavljati material bi obeh dobaviteljih, da bodo dosežene naslednje povprečne cene materiala:

Material	M1	M2	M3
Planske cene	105	210	385

- c) c) c) Določite razmerje delitve stroškov prevoza, po obeh dobaviteljih, če je delitveni ključ nabavljena količina materiala.
d) d) d) Koliko bo strošek prevoza posameznega dobavitelja, če račun za prevoz nabavljenega materiala znaša 690 tisoč DE.

Rezultati:

- a) 104, 210, 413;
b) 1:3, 1:3, 11:1;
c) 1: 2,1 (74 : 156);
d) 222 tisoč DE, 468 tisoč DE.

Naloga 3.2

Podjetje bo izplačalo novoletno nagrado in pri tem upoštevalo obseg dela v podjetju in na terenu. Delavci A, B, C, D in E imajo opravljen naslednji obseg dela:

Delavec	V podjetju	Na terenu	SKUPAJ
A	130	70	200
B	90	120	210
C	60	130	190
D	130	40	170
E	40	40	80

Podjetje bo za nagrado razdelilo sredstva v višini 1300 DE.

Vprašanje :

Izračunajte višino nagrad za vsakega od delavcev, če bo uveljavljen kateri od kriterijev:

- a) a) a) Skupni obseg obseg opravljenih delovnih dni.
b) b) b) Upoštevam delo na terenu in delo v podjetju, pri tem da delo na terenu vrednotimo 15% višje od dela v podjetju.
c) c) c) Upoštevam delo na terenu in delo v podjetju, pri tem da delo v podjetju vrednotimo 20% nižje kot delo na terenu.
d) d) d) Premo sorazmerno z delom na terenu in obratno sorazmerno z delom v podjetju.

Rezultati:

- a) 305,6; 321,2; 290,6; 260,0; 122,4;

- b) 300,7; 325,7; 299,3; 251,5; 122,9;
- c) 297,6; 328,4; 304,5; 246,3; 123,2;
- d) 130,9; 324,2; 526,9; 74,8; 243,2;

Naloga 3.3

V občini nastopa pevski zbor A in pevski zbor B. Za proračunsko leto sta napovedala število članov in število nastopov.

Zbor	Člani	Nastopi
A	28	11
B	39	12

Vprašanje:

- a) a) a) Občina je glede na število nastopov (edini kriterij) namenila zboru A sredstva v višini 1.500 tisoč SIT. Koliko sredstev, lahko za nastope pričakuje zbor B.
- b) b) b) Kako bi pripadalo sredstev vsakemu zboru, če bi za oba zbora namenili 3.000 tisoč SIT, če bi sredstva delili sorazmerno s številom članov.
- c) c) c) Koliko bi dobil posamezni zbor, če bi upoštevali pri delitvi število članov in število nastopov, skupaj pa bi razpolagali s 3.000 tisoč SIT.

Rezultati:

- a) 1636 tisoč;
- b) 1253,7 tisoč; 1746,3 tisoč;
- c) 1190,7 tisoč; 1809,3 tisoč;

Naloga 3.4

Prihodki izbrane občine so za leto 2000 bili naslednji:

Vrste prihodkov (v mio)	Leto 2000			
DAVČNI PRIHODKI (700+703+704)	75.400			
NEDAČNI PRIHODKI	8.500			
KAPITALSKI PRIHODKI	4.300			
PREJETE DONACIJE	1500			
TRANSFERNI PRIHODKI	19.600			
S K U P A J P R I H O D K I	109.300			

Vprašanje:

- a) a) a) Določite strukturo in jo grafično prikažite.
- b) b) b) Določite višino prihodkov po vrstah za leto 2002, če planira skupno vrednost prihodkov 117.000 mio sit in bo struktura enaka kot leta 2000.
- c) c) c) Koliko v letu 2001 znašajo skupni prihodki, če je struktura prihodkov enaka letu 2000 skupaj prejete donacije znašajo 1900 mio sit.
- d) d) d) Ugotovite skupno vrednost prihodkov za leto 1999, če so prihodki za leto 2000 višji za 12% od prihodkov za leto 1999.

Rezultati:

- a) 69,0%; 7,8%, 3,9%; 1,4%, 17,9%;
- b) 80.712 mio; 9.099 mio; 4.603 mio; 1.606 mio; 20.981 mio;
- c) 138.447 mio;
- d) 97.589 mio;

Naloga 3.5

V trgovini imajo izdelek A za katerega znaša cena brez davka 6700 DE. V tem je vračunana marža trgovca.

Vprašanje:

- a) a) a) Določite maloprodajno ceno z DDV, če se DDV obračunava po 20% stopnji.
- b) b) b) Kolikšna bo maloprodajna cena izdelka po 15% znižanju.
- c) c) c) Za koliko morajo biti po 35% znižanju cen, povišane cene, da bodo dosegle cene pred znižanjem.

Rezultati:

- a) 8.040;
- b) 6.834;
- c) 54%;

Naloga 3.6

Prodaja se je v letih 1996 in 1997 letno povečevala za po 20% glede na predhodno leto.

- a) a) a) Kolikšna bo prodaja v letu 2000 če se povečevanje nadaljuje z 20% letno rastjo?
- b) b) b) Za koliko se mora zmanjšati v letu 1998 da bo dosegla vrednost iz leta 1995?

Rezultati:

- a) večja za 107%;
- b) 31%;

Naloga 3.7

V naslednjih letih načrtujemo povprečno letno povečevanje prodaje za 5%. Za koliko procentov bi morala pasti prodaja v petem letu, da bi imela enako vrednost kot v izhodiščnem letu.

Rezultat: 18%

Obrestni račun – enostavno

Naloga 3.8

Na hranilni knjižici je bil naslednji denarni promet:

Datum	Polog	Dvig	Stanje po spremembi
2.3.	25000		
14.4.	20000		
20.4.		30000	
21.5.		10000	

Letna obrestna mera je 6%.

Določite:

- a) stanje na hranilni knjižici po opravljenih spremembah;
- b) stanje na hranilni knjižici konec leta.

Rezultati:

- a) 5253,4;
- b) 5420,0;

Naloga 3.9

Konec leta 2002 razpolagamo s sredstvi $G_{2002} = 500$ tisoč DE.

- a) a) a) Kolikšna bo vrednost gornjih sredstev po dveh letih (konec 2004 - G_{2004}), če so obrestovana (dekurzivno) z letno obrestno mero 20%.
- b) b) b) Izračunajte vrednost glavnice, ki bi jo morali imeti pred tremi leti, konec leta 1999 (G_{1999}), če bi pri enakih pogojih (20% obrestna mera) dosegli $G_{2002} = 500$ tisoč DE.
- c) c) c) Kolikšna bi morala biti obrestna mera, da bi se vrednost $G_{2002} = 500$ tisoč podvojila?
- d) d) d) Koliko časa bi morali glavnico $G_{2002} = 500$ tisoč DE, obrestovati pri obrestni meri 15%, da bi se znesek podvojil?

Rezultati:

- a) 720 tisoč;
- b) 289 tisoč;
- c) 41%;
- d) 5 let;

Naloga 3.10

Izračunajte koliko se zniža realna vrednost proračunske postavke 800 tisoč DE iz leta 1996 če je inflacija 1997 znašala 9,7%, inflacija v letu 1998 znašala 8,6%, inflacija v letu 1999 znašala 6,6% in inflacija v letu 2000 znašala 10,9 %.

Rezultat: 327 tisoč.

Naloga 3.11

Ekvivalenca glavnice

Podjetje beleži naslednje finančne dogodke:

leto	začetek	vrsta prometa	Obrestna mera	
1992	5000	polog	12%	
1993	3000	dvig	12%	
1994	6000	polog	14%	
1995	1000	dvig	10%	
1996	2000	dvig	8%	
1997	?????		7%	

- a) a) a) Kakšno je stanje v banki začetek leta 1997?
- b) b) b) Kakšno bo stanje konec leta 2000 je dogovorjena letna obrestna mera za obdobje 1997 do 2000, 9%?
- c) c) c) Čez koliko let bo na banki 15000 računajoč od konca leta 2000.

Rezultati:

- a) 8.721,7;
- b) 12.085,5;
- c) 2,51 let;

Naloga 3.12

Ob začetku leta 1991 smo si sposodili 5.400 DE. Obrestna mera je 5% (dekurzivna) in letna kapitalizacija.

Izračunajte:

- a) Znesek obresti do začetka leta 1996,
- b) Kakšna je vrednost dolga na začetku leta 1999, če smo v začetku leta 1996 že vrnili 2.500 DE,
- c) Izračunajte anuiteto za preostanek dolga, če je : obrestna mera 7% in doba vračanja 3 leta, plačilo prve anuitete je začetek leta 1999.

Rezultati:

- a) 1.491,9;
- b) 5084,2;
- c) 1937,3;

Naloga 3.14

V zavarovalnico bi lahko vložili 500 tisoč DE. Sredstva se obrestujejo ves čas s 7 % dekurzivno letno obrestno mero in letno kapitalizacijo. Določite:

- a) a) a) višino izplačil, če bodo sredstva izplačana z 10 letnimi enakimi izplačili (rentami), prvo izplačilo bo čez 10 let od dneva vplačila,
- b) b) b) višino polletnih rent (postnumerando) če bo prvo izplačilo po 15 letih, izplačevanje rente bo trajalo 15 let.

Rezultati:

- a) 130,9;
- b) 75,0 (relativno podletno obrestovanje);

Naloga 3.15

V zavarovalnico bomo mesečno vlagali 10 tisoč DE. Sredstva se obrestujejo s 8% dekurzivno letno obrestno mero (konformni način obračuna in mesečni pripis obresti, prenumerando zneski).Določite:

- a) a) a) Višino po desetih letih vplačevanja.
- b) b) b) Višino izplačil, če bodo sredstva izplačana z 10 letnimi enakimi izplačili (rentami), prvo izplačilo bo čez 15 let od dneva vplačila,

Rezultati:

- a) 1812,8 tisoč;
- b) 506,4 tisoč;

Naloga 3.16

Ob začetku leta 1991 smo si sposodili 8400 DE pod naslednjimi pogoji:

- dekurzivna letna obrestna mera je enaka 5% in letna kapitalizacija
- posojilo (glavnico in obresti) vrnemo s štirimi enakimi letnimi anuitetami, v začetku let 1996, 1997, 1998 in 1999,

Za navedeno posojilo:

- a) a) a) izračunajte višino dolga v začetku leta 1995,
- b) b) b) višino anuitete,
- c) c) c) naredite amortizacijski načrt.

Rezultati:

- a) 10210,3;
- b) 2879,4;
- c)

Amortizacijski načrt

Obdobje	Anuiteta	Obresti	Odplačilo glavnice	Stanje kredita
i	a	O_i	q_i	D_i
				10.210,3
1	2.879,4	510,5	2.368,9	7.841,4
2	2.879,4	392,1	2.487,3	5.354,0
3	2.879,4	267,7	2.611,7	2.742,3

4	2.879,4	137,1	2.742,3	0,0
Skupaj	11.517,6	1.307,4	10.210,3	

Naloga 3.17

V začetku leta 1990 smo si sposodili 400 tisoč DE. V začetku 1996 vrnili 100 tisoč DE. Letna obrestna mera je 12%. Obrestovanje je dekurzivno in letna kapitalizacija obresti. Dolg smo vračali z enakimi anuitetami v začetku leta 1997, 1998, 1999 in 2000.

Ugotovite :

- stanje dolga konec leta 1996,
- višino anuitete.
- Izdelajte amortizacijski načrt.

Rezultati:

- 772,3 tisoč;
- 227,0 tisoč;
-

Amortizacijski načrt				
Obdobje	Anuiteta	Obresti	Odplačilo glavnice	Stanje kredita
i	a	o_i	q_i	D_i
				689,5
1	227,0	82,7	144,3	545,3
2	227,0	65,4	161,6	383,7
3	227,0	46,0	181,0	202,7
4	227,0	24,3	202,7	0,0
Skupaj	908,1	218,5	689,5	

Naloga 3.18

Naredite amortizacijski načrt za posojilo 60000 DE, če ga bomo vrnili v 15 letnih obrokih. Letna obrestna mera je 8%.

- Odplačilo kredita z enakimi razdolžninami.
- Odplačilo posojila z enakimi anuitetami.

Rezultati:

Obročno odplačevanje				
Obdobje	Anuiteta	Obresti	Odplačilo glavnice	Stanje kredita
i	a_i	o_i	q	D_i
				60.000,0
1	16.800,0	4.800,0	12.000,0	48.000,0
2	15.840,0	3.840,0	12.000,0	36.000,0
3	14.880,0	2.880,0	12.000,0	24.000,0
4	13.920,0	1.920,0	12.000,0	12.000,0
5	12.960,0	960,0	12.000,0	0,0
Skupaj	74.400,0	14.400,0	60.000,0	

Amortizacijski načrt				
Obdobje	Anuiteta	Obresti	Odplačilo glavnice	Stanje kredita
i	a	o_i	q_i	D_i
				60.000,0
1	15.027,4	4.800,0	10.227,4	49.772,6
2	15.027,4	3.981,8	11.045,6	38.727,0
3	15.027,4	3.098,2	11.929,2	26.797,8
4	15.027,4	2.143,8	12.883,6	13.914,2
5	15.027,4	1.113,1	13.914,2	0,0
Skupaj	75.136,9	15.136,9	60.000,0	

Naloga 3.19

Namensko varčevanje ima naslednje pogoje:

- vloge v višini 500 DE na začetku vsakega četrletja,
- letna obrestna mera 7%,
- čas varčevanja pet let.

Ugotovite:

- a) Vrednost prihrankov po petih letih ob četrletni kapitalizaciji (konformni izračun).
- b) Vrednost prihrankov po petih letih ob letni kapitalizaciji.
- c) Kakšne zneske bi morali vlagati v začetku vsakega leta (enkrat letno), da bi dosegli enake prihranke kot v primeru a)?

Rezultati:

- a) 12.000,4;
- b) 12.004,7;
- c) 1950,2;

Naloga 3.20

Leta 1971 je bilo v Sloveniji 1727 tisoč prebivalcev, leta 1981 pa 1892 tisoč prebivalcev (Vir: Statistični letopis RS 1994, stran 64). Določite:

- a) letno stopnjo naravne rasti za prebivalstvo Sloveniji v obdobju 1971-1981,
- b) oceno števila prebivalstva za leto 1990.

Rezultati:

- a) 0,91%;
- b) 2054 tisoč;

Naloga 3.21

V nekem mestu je 150 000 prebivalcev. Število prebivalcev pa narašča po zakonu naravne rasti z letno stopnjo naravne rasti 5,2%.

- a) Izračunajte število prebivalcev za deset let kasneje.
- b) Pred koliko leti je bilo v mestu 100 000?
- c) Čez koliko let se število prebivalcev podvoji?

Rezultati:

- a) 252 tisoč;
- b) 7,8 let;
- c) 13,3 let;

Naloga 3.22

Podjetje investira v razširitev zmogljivosti. Vrednosti vlaganj in donosov so prikazani v naslednji tabeli:

Konec leta	1	2	3	4	5
Vlaganja (000 DE)	500	370			
Donosi (000 DE)		200	250	400	400

Za navedeno podatke izračunajte:

- a) NSV investicijskega projekta pri 8% letni obrestni meri.
- b) ISD - interno stopnjo donosnosti investicije.
- c) Ugotovite višino anuitete, če je podjetje za vlaganje v drugem letu najelo kredit, ki ga vrača s petimi letnimi anuitetami in 7% letno obrestno mero.

- a) 156 tisoč;
- b) 17%;
- c) 90,2 tisoč;

Naloga 3.23

Podjetje se pripravlja na investicijsko vlaganje v nove proizvodne zmogljivosti. Obstajata dve investicijski varianti; Varianta A in Varianta B.

Varianta A:

Leto	2000	2001	2002	2003	2004
Vlaganja (000 DE)	600	700	200		
Donosi (000 DE)			600	600	800

Varianta B:

Leto	2000	2001	2002	2003
Vlaganja (000 DE)	1300	200		
Donosi (000 DE)		400	800	800

- a) a) a) Za varianto A izračunajte NSV pri 6% letni obrestni meri,
- b) b) b) Za varianto A izračunajte ISD - interno stopnjo donosnosti investicije.
- c) c) c) Ugotovite katera od variant je ekonomsko zanimivejša,
- d) d) d) Grafično prikažite spreminjanje NSV za obe varianti.

2 1. ANALIZA POVEZANOSTI STATISTIČNIH SPREMENLJIVK

Korelacija pri numeričnih statističnih spremenljivkah

Osnovni pojmi

Posamični podatki	Frekvenčna porazdelitev
$\bar{X} = M_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$	$\bar{X} = M_x = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^K f_k x_k$
$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2$	$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^K f_k (x_k - \bar{X})^2$
$C_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})$	$C_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J f_{jk} (x_k - \bar{X})(y_k - \bar{Y})$

Grafični prikaz pojavov

Najpogosteje uporabljeni grafični prikazi:

- razsevni diagram,
- linijski (črtni) diagram,
- stolpci.

Pearsonov korelacijski koeficient

$$\rho_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x * \sigma_y}$$

Korelacija ranga – Spearmanov korelacijski koeficient

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N (R_{y_i} - R_{x_i})^2}{N(N^2 - 1)}$$

Reševanje primerov naj zajema

- - grafično prikazovanje (razsevni ali linijski diagram,)
- - izračun korelacijskih koeficientov
- - komentar rezultatov (smer in moč povezanosti statističnih spremenljivk).

Naloga 1.1.1

Tabela podatkov

V tabeli so prikazana letna povprečja iz desetletnega obdobja o vremenskih razmerah v nekaterih slovenskih mestih. (Vir: Statistični letopis 1994, Statistični urad R Slovenije, Ljubljana 1994, str. 46, Vlažnost, padavine, oblačnost za obdobje 1981 do 1990).

Reševanje naloge

- a) a) Grafično prikažite obravnavani pojav.
- b) b) Z dvema koeficientoma ocenite stopnjo povezanosti obravnavanih spremenljivk.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

b)₁

Področje	Jasnih dni v letu	Oblačnih dni v letu	i					
Bovec	72	116						
Brnik	42	124						
Celje	35	115						
Črnomelj	58	131						
Ilirska Bistrica	83	109						
Kočevje	33	130						
Lesce	65	118						
Ljubljana	39	135						
Maribor	54	112						
Novo Mesto	43	131						
Postojna	74	106						
Rateče Planica	66	96						

b)2

Področje	Jasnih dni v letu	Oblačnih dni v letu	i					
Bovec	72	116						
Brnik	42	124						
Celje	35	115						
Črnomelj	58	131						
Ilirska Bistrica	83	109						
Kočevje	33	130						
Lesce	65	118						
Ljubljana	39	135						
Maribor	54	112						
Novo Mesto	43	131						
Postojna	74	106						
Rateče Planica	66	96						

c) c) Komentar

Naloga 1.1.2

Tabela podatkov

V tabeli je prikazan vpis odraslih v srednje šole za šolsko leto 1995/96. Podatki so prikazani po področjih-poklicih za skupno število vpisanih (spremenljivka x) in za vpisane moške (spremenljivka y). (Vir: Rezultati raziskovanj, št. 674, Statistični urad R Slovenije, Ljubljana, 1996, str. 162).

Reševanje naloge

- a) a) Grafično prikažite obravnavani pojav.

- b) b) Z dvema koeficientoma ocenite stopnjo povezanosti obravnavanih spremenljivk.
 c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

b)₁

Področje	vsi	moški	i					
Agroživilsko	254	125						
Usnjarsko	24	6						
Tekstilno	27	2						
Kem., Farm., Gum., Nekov. P.	97	34						
Lesarsko	102	100						
Gradbeniško	40	39						
Gostinsko Turistično	197	90						
Tisk in papir	172	102						
Promet in živež	156	88						
	1069	586						

b)₂

Področje	vsi	moški	i					
Agroživilsko	254	125						
Usnjarsko	24	6						
Tekstilno	27	2						
Kem., Farm., Gum., Nek.	97	34						
Lesarsko	102	100						
Gradbeniško	40	39						
Gostinsko Turistično	197	90						
Tisk in papir	172	102						
Promet in živež	156	88						
	1069	586						

c) Komentar

Naloga 1.1.3

Tabela

V tabeli so prikazani podatki o proračunskih odhodkih na prebivalca.

Reševanje naloge

- a) a) Grafično prikažite obravnavani pojav.
- b) b) Z dvema koeficientoma ocenite stopnjo povezanosti obravnavanih spremenljivk.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

Odhodki / prebivalca	Občina A	Občina B	V tisočih	
Obč. uprava in funkcionarji	7324	7780	7,32	7,78
Varstvo ostarelih	2584	1078	2,58	1,08
Primarno zdrav. varstvo	1482	544	1,48	0,54
Požarno varstvo	2338	849	2,34	0,85
Zaščita in reševanje	337	1078	0,34	1,08
Kmetijstvo	194	936	0,19	0,94
Posp. drobnega gospodarstva	362	851	0,36	0,85
Turizem	306	194	0,31	0,19
Skupna komunalna raba	8727	9159	8,73	9,16
Šport in rekreacija	2147	1449	2,15	1,45
Kultura	5329	4830	5,33	4,83
Knjižnice	1444	400	1,44	0,40
Amaterska kultura	529	453	0,53	0,45

b)1

Odhodki na prebivalca (v tisočih)	Občina A	Občina B	i					
Obč. uprava in funkcionarji	7,32	7,78						
Varstvo ostarelih	2,58	1,08						
Primarno zdrav. varstvo	1,48	0,54						
Požarno varstvo	2,34	0,85						
Zaščita in reševanje	0,34	1,08						
Kmetijstvo	0,19	0,94						
Posp. drobnega gospodarstva	0,36	0,85						
Turizem	0,31	0,19						
Skupna komunalna raba	8,73	9,16						
Šport in rekreacija	2,15	1,45						
Kultura	5,33	4,83						
Knjižnice	1,44	0,40						
Amaterska kultura	0,53	0,45						

b)2

Obč. uprava in funkcionarji	7,32	7,78					
Varstvo ostarelih	2,58	1,08					
Primarno zdrav. varstvo	1,48	0,54					
Požarno varstvo	2,34	0,85					
Zaščita in reševanje	0,34	1,08					
Kmetijstvo	0,19	0,94					
Posp. drobnega gospodarstva	0,36	0,85					
Turizem	0,31	0,19					
Skupna komunalna raba	8,73	9,16					
Šport in rekreacija	2,15	1,45					
Kultura	5,33	4,83					
Knjižnice	1,44	0,40					
Amaterska kultura	0,53	0,45					

c) Komentar

Naloga 1.1.4

Tabela podatkov

V tabeli je prikazano število živorojenih otrok v letu 1996 za statistične regije po spolu otrok. Vir: Rezultati raziskovanj, št.703, Statistični urad R Slovenije, Ljubljana, 1998, str.353.

Reševanje naloge

- a) a) Grafično prikažite obravnavani pojav.
- b) b) Z dvema koeficientoma ocenite stopnjo povezanosti obravnavanih spremenljivk.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

b)₁

STATISTIČNA REGIJA	Dečki	Deklice						
	x	y						
Pomurska	608	575						
Podravska	1539	1444						
Koroška	388	341						
Savinjska	1285	1224						
Zasavska	196	163						
Spodnje posavska	328	336						
Dolenjska	558	522						
Osrednje slovenska	2526	2356						
Gorenjska	1053	985						
Notranjsko- kraška	248	227						
Goriška	549	521						
Obalno - kraška	432	384						
Skupaj	9710	9078						

b)2

STATISTIČNA REGIJA	Dečki	Deklice						
	x	y						
Pomurska	608	575						
Podravska	1539	1444						
Koroška	388	341						
Savinjska	1285	1224						
Zasavska	196	163						
Spodnje posavska	328	336						
Dolenjska	558	522						
Osrednje slovenska	2526	2356						
Gorenjska	1053	985						
Notranjsko- kraška	248	227						
Goriška	549	521						
Obalno - kraška	432	384						
Skupaj	9710	9078						

c) Komentar

Naloga 1.1.5

Tabela podatkov

Po statističnih regijah je bilo v letu 1998 naslednje selitveno gibanje prebivalstva. Vir: Statistični letopis RS 1999, str.520

Reševanje naloge

- a) a) Grafično prikažite obravnavani pojav.
- b) b) Z dvema koeficientoma ocenite stopnjo povezanosti obravnavanih spremenljivk.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

b)₁

Statistična regija	Priseljeni	Odseljeni						
	x	y						
Pomurska	428	468						
Podravska	1117	1136						
Koroška	216	316						
Savinjska	1186	1659						
Zasavska	344	337						
Spodnje posavska	627	557						
Dolenjska	600	644						
Osrednje slovenska	2861	3783						
Gorenjska	1162	1575						
Notranjsko-kraška	474	392						
Goriška	479	791						
Obalno - kraška	965	906						
Skupaj	10459	12564						

b)₂

Statistična regija	Priseljeni	Odseljeni						
	x	y						
Pomurska	428	468						
Podravska	1117	1136						
Koroška	216	316						
Savinjska	1186	1659						
Zasavska	344	337						
Spodnje posavska	627	557						
Dolenjska	600	644						
Osrednje slovenska	2861	3783						
Gorenjska	1162	1575						
Notranjsko-kraška	474	392						
Goriška	479	791						
Obalno - kraška	965	906						
Skupaj	10459	12564						

c) Komentar

Povezanost ordinalnih spremenljivk

Za ugotavljanje povezanosti ordinalnih spremenljivk lahko uporabimo naslednji meri povezanosti:

- - koeficient korelacije ranga,
- - koeficient konkordance.

Grafični prikaz pojavov

Najpogosteje uporabljeni grafični prikazi:

- - Stolpci
- - Krogi.

Korelacija ranga – Spearmanov korelacijski koeficient

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N (R_{y_i} - R_{x_i})^2}{N(N^2 - 1)}$$

Koeficient konkordance

$$k_{kon} = \frac{2(N_{kon} - N_{dis})}{N(N-1)}$$

Naloga 1.2.1

Reševanje naloge

- a) a) Grafično prikažite obravnavani pojav.
- b) b) Z dvema koeficientoma ocenite stopnjo povezanosti obravnavanih spremenljivk.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

Tabela

Za določeno obdobje, je bila po davčnih razredih zbrana naslednja dohodnina:

b)₁

Davčni razred	Realizirana dohodnina	i				
I	30,8					
II	59					
III	27,4					
IV	15,2					
V	17,5					
VI	20,6					
Skupaj	170,5					

b)₂

Dvojice							Skupaj
N_{DIS}							
N_{KON}							

c) Komentar

Naloga 1.2.2

Reševanje naloge

- a) a) Grafično prikažite obravnavani pojav.
- b) b) Z dvema koeficientoma ocenite stopnjo povezanosti obravnavanih spremenljivk.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

Tabela

Za določeno obdobje, je bila po davčnih razredih zbrana naslednja dohodnina:

b)₁

Davčni razred	Realizirana dohodnina na zavezanca (v tisočih)	i				
I	45,3					
II	178,5					
III	440,5					
IV	769,6					
V	1248					
VI	2736,9					
Skupaj	5418,8					

b)₂

Dvojice							Skupaj
N_{DIS}							
N_{KON}							

c) Komentar

Povezanost nominalnih spremenljivk

Za ugotavljanje povezanosti nominalnih spremenljivk lahko uporabimo naslednji meri povezanosti:

- - kontingenco,
- - asociacijo.

Kontingenca

χ^2 - hi kvadrat in

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{(f(x_j, y_k) - f'(x_j, y_k))^2}{f'(x_j, y_k)}$$

C - koeficient kontingence.

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + N}} \quad C_{corr} = \frac{C}{C_{max}}$$

Asocijacija

Yulesov koeficient asocijacije Q:

$$Q = \frac{f(x_1, y_1)f(x_2, y_2) - f(x_1, y_2)f(x_2, y_1)}{f(x_1, y_1)f(x_2, y_2) + f(x_1, y_2)f(x_2, y_1)}$$

Naloga 1.3.1

Reševanje naloge

- a) Grafično prikažite obravnavan pojav.
- b) Ugotovite jakost statistične povezanosti števila glasov po strankah in statističnih regijah.
- c) Pojasnite dobljene rezultate.

Tabela

V spodnji tabeli navajamo za nekaj regij in nekaj strank število glasov, ki so jih prejeli kandidati za članice in člane občinskih svetov, izvoljenih na volitvah 22.11.1998, po listah kandidatov, ki so jih predlagale politične stranke in volivci. Vir: Statistični letopis RS 1999, str.523.

	Politične stranke					
Statistična regija	LDS	SLS	SDS	SKD	ZL	Skupaj
Pomurska	13708	10361	7465	9396	3218	44148
Zasavska	10483	1529	1747	1529	3058	18346
Obalno - kraška	4715	1689	2647	1513	3782	14346
Skupaj	28906	13579	11860	12437	10057	76839

		Politične stranke					
Statistična regija		LDS	SLS	SDS	SKD	ZL	Skupaj
		Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	
Pomurska	x ₁	13708	10361	7465	9396	3218	44148
Zasavska	x ₂	10483	1529	1747	1529	3058	18346
Obalno - kraška	x ₃	4715	1689	2647	1513	3782	14346
Skupaj		28906	13579	11860	12437	10057	76839

$f(x_j, y_k)$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	$f(x_j)$
x_1	13708	10361	7465	9396	3218	44148
x_2	10483	1529	1747	1529	3058	18346
x_3	4715	1689	2647	1513	3782	14346
$f(y_k)$	28906	13579	11859	12438	10058	76840
$f'(x_j, y_k)$						
x_1						
x_2						
x_3						
$\frac{(f(x_j, y_k) - f'(x_j, y_k))^2}{f'(x_j, y_k)}$						
						Skupaj
x_1						
x_2						
x_3						
$\chi^2 =$						

c) Komentar

Naloga 1.3.2

Reševanje naloge

- a) a) Grafično prikažite obravnavan pojav.
- b) b) Z dvema koeficientoma ocenite jakost povezanosti med spolom in področjem zaposlitve anketirancev.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

Tabela

Anketirali smo 100 diplomantov Visoke upravne šole in ugotovili njihova načrtovana področja zaposlitve. Rezultat prikazujemo v tabeli:

	SPOL		Skupaj
	moški	ženski	
Področje zaposlitve			
Državna uprava	21	43	64
Ostalo	12	24	36
Skupaj	33	67	100

Področje zaposlitve		SPOL		Skupaj
		moški	ženski	
		Y_1	Y_2	
Državna uprava	x_1	21	43	64
Ostalo	x_2	12	24	36
Skupaj		33	67	100

c) Komentar

Naloga 1.3.3

Reševanje naloge

- a) a) Grafično prikažite obravnavan pojav.
- b) b) Z dvema koeficientoma ugotovite ali sta vir prihodkov za preživljanje kmečkega prebivalstva in starostna struktura članov medsebojno povezana.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

Tabela

V spodnji tabeli prikazujemo starostno strukturo članov kmečkih gospodarstev, po virih njihovih prihodkov, kot je bila v letu 1991 v Sloveniji (Vir: Statistični letopis RS 1994, Str.:528):

	Člani po starostnih skupinah (v tisoč)				
Vir prihodkov	do pod 35	nad 35 do pod 55	nad 55 do pod 75	nad 75	Skupaj
Samo iz kmetijstva	2,5	6,3	16,3	1,2	26,4
Mešano	7,8	23,9	40,5	1,4	73,6
Skupaj	10,3	30,3	56,9	2,6	100

b)₁

		Člani po starostnih skupinah (v tisoč)				
Vir prihodkov		do pod 35	nad 35 do pod 55	nad 55 do pod 75	nad 75	Skupaj
		y_1	y_2	y_3	y_4	
Samo iz kmetijstva	x_1	2,5	6,3	16,3	1,2	26,4
Mešano	x_2	7,8	23,9	40,5	1,4	73,6
Skupaj		10,3	30,3	56,9	2,6	100

$f(x_j, y_k)$	y_1	y_2	y_3	y_4	$f(x_j)$
x_1	2,5	6,3	16,3	1,2	26,4
x_2	7,8	23,9	40,5	1,4	73,6
$f(y_k)$	10,3	30,3	56,9	2,6	100
$f'(x_j, y_k)$					
x_1					
x_2					
$\frac{(f(x_j, y_k) - f'(x_j, y_k))^2}{f(x_j, y_k)}$					
					Skupaj
x_1					
x_2					
$\chi^2 =$					

b)₂

Vir prihodkov		Člani po starostnih skupinah (v tisoč)		
		do pod 55	nad 55	Skupaj
		Y_1	Y_2	
Samo iz kmetijstva	x_1	8,8	17,5	26,3
Mešano	x_2	31,7	41,9	73,6
Skupaj		40,5	59,4	100

c) Komentar

Naloga 1.3.4

Tabela

Prikaz podjetij po številu zaposlenih v nekaterih dejavnostih za leto 1993 (Vir: Statistični letopis RS 1994, Str.:197):

Dejavnosti	Število podjetij glede na zaposlene				Skupaj
	do pod 15	nad 15 do pod 60	nad 60 do pod 125	nad 125	
Industrija in rudarstvo	655	667	366	562	2250
Proizv.in predelava papirja	8	4	7	20	39
Gozdarstvo	44	57	11	2	114
Skupaj	707	728	384	584	2403

Reševanje naloge

- a) Grafično prikažite obravnavan pojav.
- b) Z dvema koeficientoma ugotovite ali je število zaposlenih v podjetjih (velikost podjetij) statistično odvisno od dejavnosti.
- c) Pojasnite dobljene rezultate.

b)₁

Dejavnosti		Število podjetij glede na zaposlene				Skupaj
		do pod 15	nad 15 do pod 60	nad 60 do pod 125	nad 125	
		y_1	y_2	y_3	y_4	
Industrija in rudarstvo	x_1	655	667	366	562	2250
Proizv.in predelava papirja	x_2	8	4	7	20	39
Gozdarstvo	x_3	44	57	11	2	114
Skupaj		707	728	384	584	2403

b)2

$f(x_j, y_k)$	y_1	y_2	y_3	y_4	$f(x_j)$
x_1	655	667	366	562	2250
x_2	8	4	7	20	39
x_3	44	57	11	2	114
$f(y_k)$	707	728	384	584	2403
$f'(x_j, y_k)$					
x_1					
x_2					
x_3					
$\frac{(f(x_j, y_k) - f'(x_j, y_k))^2}{f'(x_j, y_k)}$					
					Skupaj
x_1					
x_2					
x_3					
$\chi^2 =$					

c) Komentar

Merjenje jakosti korelacije med atributivno in numerično statistično spremenljivko –

korelacijsko razmerje η_{yx}

S korelacijskim razmerjem η_{yx} ugotavljamo stopnjo povezanosti med dvema statističnima spremenljivkama, od katerih je ena numerična, druga pa atributivna. Enote, ki jih predstavlja atributivna spremenljivka vključujejo več numeričnih vrednosti. Za vsako enoto tvorimo aritmetično sredino M_{y_k} in dobljene vrednosti med seboj primerjamo. Če med aritmetičnimi skupinami enot M_{y_k} obstajajo razlike, pomeni, da vrednost spremenljivke x (atributivna spremenljivka) vpliva na vrednost spremenljivke y

(povezanost obstaja). Če med vrednostmi M_{yk} razlik ni, pomeni, da spremenljivka v ne vpliva na vrednost spremenljivke y (povezanosti med statističnima spremenljivkama x in y ni).

Mera za korelacijo med spremenljivkama x in y je podana z razmerjem med varianco, ki izraža variiranje spremenljivke y $\sigma_{M_{yk}}^2$ zaradi povezanosti s spremenljivko x in celotno varianco σ_y^2 .

Korelacijsko razmerje η_{yx}

$$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\sigma_{M_{yk}}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^K N_k (M_{yk} - M_y)^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - M_y)^2}}$$

Če zapišemo

$$Y_k^2 = \left(\sum_{ik=1}^{N_k} y_{ik} \right)^2 \quad \text{in} \quad Y^2 = \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \quad \text{dobimo} \quad \eta_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^K \frac{Y_k^2}{N_k} - \frac{Y^2}{N}}{\sum_{i=1}^N y_i^2 - \frac{Y^2}{N}}}$$

Naloga 1.4.1

Fluktuacijo zaposlenih oseb v podjetjih in drugih organizacijah za leto 1992 po dejavnostih navajamo v naslednji tabeli (Vir: Statistični letopis RS 1994, Str.: 195)

	Podjetje
Dejavnost	% fluktuacije
Industrija in rudarstvo	
	1,12
	1,44
	1,17
	1,51
	1,87
	1,06
	1,1
Kmetijstvo in ribištvo	
	2,08
	1,07
	2,26
Promet in zveze	
	1,98
	1,67
	1,94
	0,83

Reševanje naloge

- a) a) Ugotovite ali obstaja statistična povezanost (odvisnost) fluktuacije z obravnavanimi dejavnostmi.
- b) b) Prikažite obravnavani pojav grafično.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

a) a) Statistična povezanost fluktuacije z obravnavanimi vrednostmi - Korelacijsko razmerje

i	xi		yi				
1	IR		1,12				
2	IR		1,44				
3	IR		1,17				
4	IR		1,51				
5	IR		1,87				
6	IR		1,06				
7	IR		1,10				
8	KR		2,08				
9	KR		1,07				
10	KR		2,26				
11	PZ		1,98				
12	PZ		1,67				
13	PZ		1,94				
14	PZ		0,83				
i	xi		yi				
η_{yx}							

b) Grafični pokaz pojava

Razmislje o načinu prikazovanja (odnos- primeri v skupini / skupina; skupine med seboj).

c) Komentar

Naloga 1.4.2

Fluktuacijo zaposlenih oseb v podjetjih in drugih organizacijah za leto 1992 po dejavnostih navajamo v naslednji tabeli (Vir: Statistični letopis RS 1994, Str.: 195)

	Podjetje
Dejavnost	% fluktuacije
Storitve: fin., tehn. in posl.	
	1,22
	0,46
	2,13
	2,03
	2,21
	4,19
	2,09
Gradbeništvo	
	1,84
	1,5
	2,55
Javna uprava, združenja, pol.dejavnosti	
	0,79
	0,94
	1,71

Reševanje naloge

- a) a) Ugotovite ali obstaja statistična povezanost (odvisnost) fluktuacije z obravnavanimi dejavnostmi
- b) b) Prikažite obravnavani pojav grafično.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

- a) a) Statistična povezanost fluktuacije z obravnavanimi vrednostmi - Korelacijsko razmerje

i	xi		yi				
1	ST		1,22				
2	ST		0,46				
3	ST		2,13				
4	ST		2,03				
5	ST		2,21				
6	ST		4,19				
7	ST		2,09				
8	GR		1,84				
9	GR		1,5				
10	GR		2,55				
11	JU		0,79				
12	JU		0,94				
13	JU		1,71				
i	xi		yi				
η_{yx}				=			
			$\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^K Y_k^2 / N_k - Y^2 / N}{\sum_{i=1}^N y_i^2 - Y^2 / N}}$	=			

b) Grafični pokaz pojava

Razmislje o načinu prikazovanja (odnos- primeri v skupini / skupina; skupine med seboj).

c) Komentar

Naloga 1.4.3

Povprečne cene na drobno, Statistični letopis RS 2000 str.276 za leto 1999.

Vrtnine	EM	Koper	Ljubljana	Maribor	Novo Mesto
Krompir	kg	85	78	88	70
Fižol	kg	345	401	386	351
Čebula	kg	148	130	139	102
Kislo zelje	kg	215	227	248	185
Zelena solata	kg	317	293	252	257

Reševanje naloge

- a) a) Z dvema koeficientoma ugotovite ali so cene vrtnin na drobno statistično odvisne od krajev nakupa.
- b) b) Prikažite obravnavani pojav grafično.
- c) c) Pojasnite dobljene rezultate.

b)₁ Kontingenca

$f(x_j, y_k)$	y_1	y_2	y_3	y_4	$f(x_j)$
x_1	85	78	88	70	321
x_2	345	401	386	351	1483
x_3	148	130	139	102	519
x_4	215	227	248	185	875
x_5	317	293	252	257	1119
$f(y_k)$	1110	1129	1113	965	4317
$f'(x_j, y_k)$					
x_1					
x_2					
x_3					
x_4					
x_5					
$\frac{(f(x_j, y_k) - f'(x_j, y_k))^2}{f'(x_j, y_k)}$					
					Skupaj
x_1					
x_2					
x_3					
x_4					
x_5					
$\chi^2 =$					

b)2 Korelacijsko razmerje

i	xi	yi				
1	KO	85				
2	KO	345				
3	KO	148				
4	KO	215				
5	KO	317				
6	LJ	78				
7	LJ	401				
8	LJ	130				
9	LJ	227				
10	LJ	293				
11	MB	88				
12	MB	386				
13	MB	139				
14	MB	248				
15	MB	252				
16	NM	70				
17	NM	351				
18	NM	102				
19	NM	185				
20	NM	257				
i	xi	yi				
$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^K Y_k^2 / N_k - Y^2 / N}{\sum_{i=1}^N y_i^2 - Y^2 / N}}$			=			

b) Grafični pokaz pojava

Razmislek o načinu prikazovanja (odnos- primeri v skupini / skupina; skupine med seboj).

c) Komentar

2. VZORČENJE

3

4 Primer 2.1

V statistično množico smo zajeli sedem podjetij, proučevana spremenljivka pa je število zaposlenih. Podatki o številu zaposlenih v posameznem podjetju so zbrani v spodnji tabeli.

Podjetje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	Skupaj
Zaposleni	10	14	16	18	20	22	26	126

Za proučevano spremenljivko izračunajmo tri parametre in sicer aritmetično sredino, varianco in standardni odklon.

$$N = 7$$

Podjetje	y_i	$y_i - \bar{Y}$	$(y_i - \bar{Y})^2$
P1	10	-8	64
P2	14	-4	16
P3	16	-2	4
P4	18	0	0
P5	20	2	4
P6	22	4	16
P7	26	8	64
Skupaj	126	0	168

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} = \frac{126}{7} = 18$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^2}{N} = \frac{168}{7} = 24$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{24} = 4,9$$

Iz proučevane statistične množice bomo izbrali v vzorec prvo in peto podjetje. Za tako oblikovani vzorec bomo izračunali vzorčno oceno aritmetične sredine, variance in standardnega odklona za število zaposlenih.

$$n = 2$$

Podjetje	y_i	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$
P1	10	-8	64
P5	20	2	4
Skupaj	30	-6	68

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{30}{2} = 15$$

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{68}{2-1} = 68$$

$$s_y = \sqrt{s_y^2} = \sqrt{68} = 8,2$$

V naslednjem koraku bomo izračunali, koliko elementov ima množica vseh vzorcev, če sta v vsakem vzorcu po dve podjetji. Pri tem si bomo pomagali z enačbo:

$$\binom{N}{n} = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 21$$

Na podlagi sedmih podjetij v proučevani statistični množici ali populaciji lahko oblikujemo 21 različnih vzorcev, če v vsak vzorec vključimo dve podjetji. Sedaj bomo za vsak vzorec iz množice vseh vzorcev izračunali vzorčno oceno aritmetične sredine za število zaposlenih.

Vzorec P_i in P_j	Zaposleni P_i	Zaposleni P_j	\bar{y}_j
P1 in P2	10	14	12
P1 in P3	10	16	13
P1 in P4	10	18	14
P1 in P5	10	20	15
P1 in P6	10	22	16
P1 in P7	10	26	18
P2 in P3	14	16	15
P2 in P4	14	18	16
P2 in P5	14	20	17
P2 in P6	14	22	18
P2 in P7	14	26	20
P3 in P4	16	18	17
P3 in P5	16	20	18
P3 in P6	16	22	19
P3 in P7	16	26	21
P4 in P5	18	20	19
P4 in P6	18	22	20
P4 in P7	18	26	22
P5 in P6	20	22	21
P5 in P7	20	26	23
P6 in P7	22	26	24

Na podlagi izračunanih vzorčnih ocen aritmetične sredine za proučevano spremenljivko izračunajmo aritmetično sredino, varianco in standardni odklon iz vseh vzorčnih ocen.

\bar{y}_j	f_j	$f_j \cdot \bar{y}_j$	$\bar{y}_j - \bar{Y}_{\bar{y}}$	$(\bar{y}_j - \bar{Y}_{\bar{y}})^2$	$f_j \cdot (\bar{y}_j - \bar{Y}_{\bar{y}})^2$
12	1	12	-6	36	36
13	1	13	-5	25	25
14	1	14	-4	16	16
15	2	30	-3	9	18
16	2	32	-2	4	8
17	2	34	-1	1	2
18	3	54	0	0	0
19	2	38	1	1	2
20	2	40	2	4	8
21	2	42	3	9	18
22	1	22	4	16	16
23	1	23	5	25	25
24	1	24	6	36	36
Skupaj		21	378		210

S pomočjo vrednosti v zadnji tabeli bomo izračunali zahtevane parametre:

$$\bar{Y}_{\bar{y}} = \frac{\sum_{j=1}^{\binom{N}{n}} \bar{y}_j}{\binom{N}{n}} = \frac{378}{21} = 18$$

Tako smo prišli do zelo pomembne ugotovitve in sicer smo na podlagi izračunane vrednosti aritmetične sredine števila zaposlenih za množico vseh vzorcev ugotovili, da sta aritmetična sredina osnovne populacije in aritmetična sredina množice vseh vzorcev enaki.

$$\sigma_{\bar{y}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{\binom{N}{n}} f_j \cdot (\bar{y}_j - \bar{Y}_{\bar{y}})^2}{\binom{N}{n}} = \frac{210}{21} = 10$$

$$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\sigma_{\bar{y}}^2} = \sqrt{10} = 3,2$$

Primer 2.2

V podjetju A je zaposlenih 2732 delavcev, izmed njih pa smo z enostavnim slučajnim vzorčenjem v vzorec zajeli 100 delavcev. Njihove plače smo uredili v frekvenčno porazdelitev, ki je prikazana v spodnji tabeli.

Vrednost plače v tisoč SIT		Število uslužbencev	
od	do pod	y_j	f_j
50	100	75	15
100	150	125	20
150	200	175	25
200	250	225	30
250	300	275	10
Skupaj			100

Izračunajmo:

1. Točkovno oceno za povprečno plačo v proučevanem podjetju,
2. Dvostransko intervalno oceno za povprečno plačo v proučevanem podjetju pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$,
3. Velikost vzorca, če bi želeli pri intervalni oceni oblikovati interval z 20% odklonom od ocenjene povprečne plače pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

1. 1. Vprašanje

Pri odgovoru na prvo vprašanje si bomo pomagali z nasledno tabelo:

Vrednost plače v tisoč SIT		Število uslužbencev		
od	do pod	y_j	f_j	$y_j \cdot f_j$
50	100	75	15	1125
100	150	125	20	2500
150	200	175	25	4375

200	250	225	30	6750
250	300	275	10	2750
Skupaj			100	17500

Zato velja:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^J f_j \cdot y_j}{n} = \frac{17500}{100} = 175$$

Točkovna ocena za povprečno plačo v proučevanem podjetju je enaka 175 tisoč SIT.

2. 2. Vprašanje

Tudi v tem primeru si bomo pri izračunih pomagali s tabelo.

Vrednost plače v tisoč SIT		Število uslužbencev			
od	do pod	y_j	f_j	$y_j \cdot f_j$	$f_j \cdot (y_j - \bar{y})^2$
50	100	75	15	1125	150000
100	150	125	20	2500	50000
150	200	175	25	4375	0
200	250	225	30	6750	75000
250	300	275	10	2750	100000
Skupaj			100	17500	375000

Da bi lahko izračunali dvostransko intervalno oceno za povprečno plačo v proučevanem podjetju pri dani stopnji tveganja, moramo izračunati vzorčno oceno variance po obrazcu:

$$s_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^J f_j \cdot (y_j - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{375000}{100-1} = 3787,88$$

Ker so razredi v našem primeru enalo široki, bomo upoštevali Sheppardov popravek in na ta način izboljšali vzorčno oceno variance:

$$s_{y, \text{pop}}^2 = s_y^2 - \frac{d^2}{12} = 3787,88 - \frac{50^2}{12} = 3579,55$$

Ker velja:

$$s_y = \sqrt{s_y^2} = 59,83$$

$$se(\bar{y}) = \frac{s_y}{\sqrt{n}} = \frac{59,83}{\sqrt{100}} = 5,983$$

Pri tem pa je vzorčni delež enak $\frac{n}{N} = \frac{100}{2732} = 0,037 < 0,10$, lahko zanemarimo faktor za končnost. Potem je velikost odklona zaupanja enaka:

$$d_{\bar{y}} = z_{\alpha/2=0,025} \cdot se(\bar{y}) = 1,96 \cdot 5,983 = 11,73$$

Na podlagi izračunane velikosti odklona zaupanja lahko izračunamo tudi spodnjo in zgornjo mejo intervala zaupanja. Spodnja meja intervala zaupanja je tako enaka:

$$\bar{y} - d_{\bar{y}} = 175 - 11,73 = 163,27$$

Zgornja meja intervala zaupanja pa je po analogiji enaka:

$$\bar{y} + d_{\bar{y}} = 175 + 11,73 = 186,73$$

Dvostranska intervalna oceno za povprečno plačo v proučevanem podjetju pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ je enaka:

$$163,27 < \bar{Y} < 186,73$$

Če bi oblikovali vse možne vzorce in na podlagi tega izračunali vse možne dvostranske intervalne ocene za povprečno plačo v proučevanem podjetju bi ugotovili, da je 95% intervalnih ocen takšnih, ki vključujejo pravo vrednost povprečne plače v proučevanem podjetju, 5% intervalnih ocen pa je takšnih, ki prave vrednosti povprečne plače v proučevanem podjetju ne vključujejo.

Na podlagi oblikovanega vzorca ocenjujemo, da znaša povprečna plača v proučevanem podjetju med 163,27 tisoč SIT in 186,73 tisoč SIT. Sklep postavljamo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

3. 3. Vprašanje

Če bi želeli pri intervalni oceni oblikovati interval z 20% odklonom od ocenjene povprečne plače pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$, bi zapisali:

$$d_{\bar{y}} = 0,20 \cdot 175 = 35$$

Velikost vzorca pa bomo določili s pomočjo enačbe:

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2=0,025} \cdot s}{d_{\bar{y}}} \right)^2 = \left(\frac{1,96 \cdot 59,83}{35} \right)^2 = 11,22$$

Če bi želeli pri intervalni oceni oblikovati interval z 20% odklonom od ocenjene povprečne plače pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$, bi potrebovali vzorec z 12 delavci.

5 Primer 2.3

Na podlagi istega vzorca v proučevanem podjetju bomo določili dvostransko intervalno oceno za izplačano maso plač pri stopnji tveganja $\alpha = 0,01$.

Podatki so:

$$N = 2732$$

$$n = 100$$

$$\bar{y} = 175 \text{ tisoč SIT}$$

$$se(\bar{y}) = 5,983$$

$$z_{\alpha/2=0,005} = 2,58$$

Ocenjena vrednost mase plač na celotni populaciji je enaka:

$$\bar{Y} = N \cdot \bar{y} = 2732 \cdot 175 = 478100$$

Standardna napaka ocene je določena z enačbo:

$$se(\bar{Y}) = N \cdot se(\bar{y}) = 2732 \cdot 5,983 = 16345,6$$

Tako lahko izračunamo velikost odklona zaupanja po obrazcu:

$$d_{\bar{y}} = z_{\alpha/2=0,005} N \frac{s_y}{\sqrt{n}} = z_{\alpha/2=0,005} N se(\bar{y}) = z_{\alpha/2=0,05} se(\bar{Y}) = 2,58 \cdot 16345,6 = 42171,6$$

Spodnja meja intervala zaupanja je enaka:

$$\bar{Y} - d_{\bar{y}} = 478100 - 42171,6 = 438928,4$$

Zgornja meja intervala zaupanja pa je enaka:

$$\bar{Y} + d_{\bar{y}} = 478100 + 42171,6 = 520271,6$$

Dvostransko intervalno oceno za izplačano maso plač pri stopnji tveganja $\alpha = 0,01$ določimo s pomočjo izraza:

$$\bar{Y} - d_{\bar{y}} < Y < \bar{Y} + d_{\bar{y}}$$

$$438928,4 < Y < 520271,6$$

Na podlagi oblikovanega vzorca ocenjujemo, da znaša izplačana masa plač v proučevanem podjetju med 438928,4 tisoč SIT in 520271,6 tisoč SIT. Sklep postavljamo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,01$.

6 Primer 2.4

V proučevanem podjetju bomo s pomočjo že oblikovanega vzorca pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ izračunali:

1. 1. Dvostransko intervalno oceno za delež zaposlenih delavcev v podjetju, ki imajo plačo nižjo od 100 tisoč SIT,
2. 2. Velikost vzorca, če bi želeli pri intervalni oceni oblikovati interval zaupanja s 15% odklonom od točkovne ocene.

1. 1. Vprašanje

Iz danih podatkov sledi:

$$N = 2732$$

$$n = 100$$

$$n_a = 15$$

$$z_{\alpha/2=0,025} = 1,96$$

$$\frac{n}{N} = \frac{100}{2732} = 0,037 < 0,10$$

Ker je vzorčni delež enak $\frac{n}{N} = \frac{100}{2732} = 0,037 < 0,10$, lahko zanemarimo faktor za končnost. Točkovno oceno za delež na vzorcu izračunamo po obrazcu:

$$p = \frac{n_a}{n} = \frac{15}{100} = 0,15$$

Ocena standardne napake je enaka:

$$se(p) = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0,15 \cdot (1-0,15)}{100}} = 0,036$$

Velikost odklona zaupanja bomo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ izračunali s pomočjo enačbe:

$$d_p = z_{\alpha/2=0,025} \cdot se(p) = 1,96 \cdot 0,036 = 0,07$$

Na podlagi izračunanega odklona zaupanja lahko izračunamo spodnjo in zgornjo mejo intervala zaupanja. Spodnja meja intervala zaupanja je enaka:

$$p - d_p = 0,15 - 0,07 = 0,08$$

Zgornja meja intervala zaupanja pa je enaka:

$$p + d_p = 0,15 + 0,07 = 0,22$$

Dvostranska intervalna ocena je pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ enaka:

$$p - d_p < P < p + d_p \\ 0,08 < P < 0,22$$

Na podlagi oblikovanega vzorca ocenjujemo, da je delež zaposlenih delavcev, ki imajo plačo nižjo od 100 tisoč SIT, med 0,08 in 0,22 ali povedano drugače, med 2372 zaposlenimi delavci v podjetju ima med 219 in 601 delavcev plače nižje od 100 tisoč SIT. Sklep postavljamo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

2. 2. Vprašanje

Če bi želeli pri intervalni oceni oblikovati interval zaupanja s 15% odklonom od točkovne ocene pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$, potem velja:

$$d_p = 0,15 \cdot 0,15 = 0,0225$$

Velikost vzorca bomo določili s pomočjo enačbe:

$$n = \frac{z_{\alpha/2=0,025}^2 p(1-p)}{d_p^2} = \frac{1,96^2 \cdot 0,15 \cdot (1-0,15)}{0,0225^2} = 967,5$$

Če bi želeli pri intervalni oceni oblikovati interval zaupanja s 15% odklonom točkovne ocene pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$, bi potrebovali vzorec z 968 delavci.

7 Primer 2.5

V podjetju B smo z enostavnim slučajnim vzorčenjem v vzorec izmed 1858 zaposlenih delavcev zajeli 160 delavcev, njihove plače pa smo tudi v tem primeru uredili v frekvenčno porazdelitev.

Vrednost plače v tisoč SIT		Število uslužbencev	
od	do pod	y_j	f_j
50	100	75	10
100	150	125	15
150	200	175	60
200	250	225	65
250	300	275	10
Skupaj			160

Izračunajmo:

1. Točkovno oceno za razliko med povprečnima plačama v podjetju A in B,
2. Dvostransko intervalno oceno za razliko povprečnih plač med povprečnimi plačami v obeh proučevanih podjetjih pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

1. 1. Vprašanje

Izračunali smo, da je povprečna plača v podjetju A enaka $\bar{y}_A = 175$ tisoč SIT. Da bi lahko izračunali točkovno oceno za razliko med povprečnimi plačami v podjetju A in B, moramo izračunati še povprečno plačo v podjetju B. Pri tem si bomo pomagali z izračuni v spodnji tabeli.

Vrednost plače v tisoč SIT		Število uslužbencev		
od	do pod	y_j	f_j	$y_j \cdot f_j$
50	100	75	15	750
100	150	125	20	1875
150	200	175	25	10500
200	250	225	30	14625
250	300	275	10	2750
Skupaj			100	30500

Zato velja:

$$\bar{y}_B = \frac{\sum_{j=1}^J f_j \cdot y_j}{n} = \frac{30500}{160} = 190,6$$

Točkovna ocena za povprečno plačo v podjetju B je enaka 190,6 tisoč SIT.

Ker je povprečna plača v podjetju B višja kakor v podjetju A, bomo izračunali točkovno oceno za razliko med povprečnima plačama v obeh proučevanih podjetjih po obrazcu:

$$\bar{y}_B - \bar{y}_A = 190,6 - 175 = 15,6$$

Točkovna ocena za razliko med povprečnima plačama v podjetju A in B je enaka 15,6 tisoč SIT.

2. 2. Vprašanje

Tudi v tem primeru si bomo pri izračunih pomagali s tabelo.

Vrednost plače v tisoč SIT	Število uslužbencev			

od	do pod	y_j	f_j	$y_j \cdot f_j$	$f_j \cdot (y_j - \bar{y})^2$
50	100	75	15	1125	133633,6
100	150	125	20	2500	64550,4
150	200	175	25	4375	14601,6
200	250	225	30	6750	76918,4
250	300	275	10	2750	71233,6
Skupaj			100	17500	360937,6

Vzorčna ocena variance v podjetju B je enaka:

$$s_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^J f_j \cdot (y_j - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{360937,6}{160-1} = 2270,05$$

$$s_{y,pop}^2 = s_y^2 - \frac{d^2}{12} = 2270,05 - \frac{50^2}{12} = 2061,71$$

Vzorčni delež v podjetju A je enak 0,037. Izračunajmo še vzorčni delež v podjetju B po obrazcu:

$$\left(\frac{n}{N}\right)_B = \frac{160}{1858} = 0,086 < 0,10$$

Ker je vzorčni delež v obeh podjetjih dovolj majhen, lahko izračunamo oceno standardne napake razlike med povprečnima plačama po obrazcu:

$$se(\bar{y}_B - \bar{y}_A) = \sqrt{\frac{s_B^2}{n_B} + \frac{s_A^2}{n_A}} = \sqrt{\frac{2061,71}{160} + \frac{3579,55}{100}} = 6,98$$

Razliko med povprečnima plačama v podjetjih A in B ocenimo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ takole:

$$15,6 - 1,96 \cdot 6,98 < (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) < 15,6 + 1,96 \cdot 6,98$$

$$1,92 < (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) < 29,28$$

Na podlagi vzorčnih podatkov ocenjujemo, da je razlika med povprečnima plačama v podjetju A in B med 1,92 tisoč SIT in 29,28 tisoč SIT. Sklep postavljamo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

8 Primer 2.6

Ali lahko na osnovi oblikovanega vzorca v podjetju A in pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ trdimo, da je povprečna plača v proučevanem podjetju enaka 190 tisoč SIT?

Podatki so:

$$\bar{y}_A = 175$$

$$se(\bar{y}_A) = 5,983$$

Ustrezni preizkus izvedemo v naslednjih korakih:

1. 1. Postavimo osnovno in ničelno hipotezo

$$H_1 : M_y \neq 190,6$$

$$H_0 : M_y = 190,6$$

2. 2. Izdelamo z-preizkus

$$z = \frac{\bar{y}_A - M_y}{se(\bar{y}_A)} = \frac{175 - 190,6}{5,983} = -2,61$$

3. 3. Tako izračunano vrednost z-preizkusa primerjamo s teoretično vrednostjo standardizirane normane porazdelitve za dvostranski preizkus, ki je enaka $z_{\alpha/2=0,025} = 1,96$. Ker je v našem primeru izpolnjen pogoj:

$$|z| > |z_{\alpha/2=0,025}| \\ 2,61 > 1,96$$

Zato lahko zavrnemo ničelno hipotezo in sprejmemo osnovno hipotezo. V tem smislu ugotavljamo, da je razlika značilna pri $\alpha = 0,05$.

4. 4. Na podlagi vzorčnih podatkov ocenjujemo, da je povprečna plača v proučevanem podjetju različna od 190,6 tisoč SIT. Sklep postavljamo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

9 Primer 2.7

Ali lahko na osnovi oblikovanega vzorca v podjetju A in pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ trdimo, da je povprečna plača v proučevanem podjetju enaka 190 tisoč SIT?

Podatki so:

$$\bar{y}_A = 175$$

$$se(\bar{y}_A) = 5,983$$

Ustrezni preizkus izvedemo v naslednjih korakih:

5. 5. Postavimo osnovno in ničelno hipotezo

$$H_1 : M_y \neq 190,6$$

$$H_0 : M_y = 190,6$$

6. 6. Izdelamo z-preizkus

$$z = \frac{\bar{y}_A - M_y}{se(\bar{y}_A)} = \frac{175 - 190,6}{5,983} = -2,61$$

7. 7. Tako izračunano vrednost z-preizkusa primerjamo s teoretično vrednostjo standardizirane normane porazdelitve za dvostranski preizkus, ki je enaka $z_{\alpha/2=0,025} = 1,96$. Ker je v našem primeru izpolnjen pogoj:

$$|z| > |z_{\alpha/2=0,025}| \\ 2,61 > 1,96$$

Zato lahko zavrnemo ničelno hipotezo in sprejmemo osnovno hipotezo. V tem smislu ugotavljamo, da je razlika značilna pri $\alpha = 0,05$.

8. 8. Na podlagi vzorčnih podatkov ocenjujemo, da je povprečna plača v proučevanem podjetju različna od 190,6 tisoč SIT. Sklep postavljamo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

10 Primer 2.8

Ali lahko na osnovi oblikovanega vzorca v podjetju A in pri stopnji tveganja $\alpha = 0,001$ trdimo, da je izplačana masa plač v proučevanem podjetju manjša od 528000 tisoč SIT?

Podatki so:

$$\bar{Y} = 478100$$

$$se(\bar{Y}) = 16345,6$$

Ustrezni preizkus izvedemo v naslednjih korakih:

9. 9. Postavimo osnovno in ničelno hipotezo

$$H_1 : Y < 528000$$

$$H_0 : Y \geq 528000$$

10. 10. Izdelamo z-preizkus

$$z = \frac{\bar{Y} - Y}{se(\bar{Y})} = \frac{478100 - 528000}{16345,6} = -3,05$$

11. 11. Tako izračunano vrednost z-preizkusa primerjamo s teoretično vrednostjo standardizirane normane porazdelitve za enostranski preizkus, ki je enaka $z_{\alpha=0,001} = -3,09$. Ker v našem primeru velja:

$$|z| < |z_{\alpha=0,001}|$$

$$3,05 < 3,09$$

Zato ne moremo zavrniti ničelne hipoteze in ne moremo sprejeti osnovne hipoteze. Preizkus ni odkril značilne razlike pri stopnji tveganja $\alpha = 0,001$.

12. 12. Na podlagi vzorčnih podatkov ocenjujemo, da izplačana masa plač v proučevanem podjetju ni manjša od 528000 tisoč SIT. Sklep postavljamo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,001$.

11 Primer 2.9

Ali lahko na osnovi oblikovanega vzorca v podjetju A in pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ trdimo, da je delež zaposlenih delavcev v podjetju, ki imajo plačo nižjo od 250 tisoč SIT, večji od 0,85?

Točkovno oceno za delež na vzorcu izračunamo po obrazcu:

$$p = \frac{n_a}{n} = \frac{15 + 20 + 25 + 30}{100} = 0,9$$

Ker je vzorčni delež dovolj majhen, je ocena standardne napake enaka:

$$se(p) = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0,9 \cdot (1-0,9)}{100}} = 0,03$$

Ustrezni preizkus izvedemo v naslednjih korakih:

13. 13. Postavimo osnovno in ničelno hipotezo

$$H_1 : P > 0,85$$

$$H_0 : P \leq 0,85$$

14. 14. Izdelamo z-preizkus

$$z = \frac{p - P}{se(p)} = \frac{0,9 - 0,85}{0,03} = 1,67$$

15. 15. Tako izračunano vrednost z-preizkusa primerjamo s teoretično vrednostjo standardizirane normane porazdelitve za enostranski preizkus, ki je enaka $z_{\alpha=0,05} = 1,64$. Ker velja:

$$|z| > |z_{\alpha=0,05}|$$

$$1,67 > 1,64$$

Zato lahko zavrnemo ničelno hipotezo in sprejmemo alternativno hipotezo. Preizkus je odkril značilne razlike pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

16. 16. Na podlagi vzorčnih podatkov sklepamo, da je delež zaposlenih delavcev v podjetju, ki imajo plačo nižjo od 250 tisoč SIT, večji od 0,85. Sklep postavljamo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

12 Primer 2.10

Ali lahko na osnovi oblikovanega vzorca v podjetju A in B pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$ trdimo, da sta povprečni plači v obeh podjetjih enake?

Izračunali smo:

$$\bar{y}_A = 175$$

$$\bar{y}_B = 190,6$$

$$se(\bar{y}_B - \bar{y}_A) = se(\bar{y}_A - \bar{y}_B) = 6,98$$

Ustrezni preizkus izvedemo v naslednjih korakih:

17. 17. Postavimo osnovno in ničelno hipotezo

$$H_1 : M_A \neq M_B$$

$$H_0 : M_A = M_B$$

Če hipotezi preuredimo, dobimo:

$$H_1 : M_A - M_B \neq 0$$

$$H_0 : M_A - M_B = 0$$

18. 18. Izdelamo z-preizkus

$$z = \frac{(\bar{y}_A - \bar{y}_B) - (M_A - M_B)}{se(\bar{y}_A - \bar{y}_B)} = \frac{(175 - 190,6) - 0}{6,98} = -2,23$$

19. Tako izračunano vrednost z-preizkusa primerjamo s teoretično vrednostjo standardizirane normalne porazdelitve za enostranski preizkus, ki je enaka $z_{\alpha/2=0,025} = -1,96$. Ker v našem primeru velja:

$$|z| > |z_{\alpha/2=0,025}|$$

$$2,23 > 1,96$$

Zato lahko zavrtnemo ničelno hipotezo in sprejmemo alternativno hipotezo. Preizkus je odkril značilne razlike pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

20. Na podlagi rezultatov analize sklepamo, da povprečni plači v podjetju A in B nista enaki. Sklep postavljamo pri stopnji tveganja $\alpha = 0,05$.

Naloga 2.1

V tabeli so podatki o odhodkih za delo zaposlenih v občinskih upravah na prebivalca v letu 1996 za 50 občin.

Odhodkih za delo zaposlenih v občinskih upravah / prebivalca (v tisoč)		Število občin				
Od	do	fj				
2	5	15				
5	8	21				
8	11	10				
11	14	2				
14	17	2				
		50				

Iz podatkov za vzorec :

- določite točkovno oceno za povprečno vrednost odhodkov za delo zaposlenih v občinskih upravah/prebivalca
- določite intervalno (dvostransko) oceno za v a) ocenjeni parameter pri tveganju 0.01.
- grafično prikazite podatke in v a) izračunan parameter.

Naloga 2.2

Selitev prebivalstva iz občin prikazujemo za leto 1993 z vzorcem v naslednji tabeli (Vir: Statistični letopis RS 1994, Str.: 95)

Starost					
Nad	Do vključno	Število			
15	25	9			
25	35	14			
35	45	29			
45	55	27			
55	65	21			
	Skupaj	100			

- Grafično predstavite prikazan pojav
- Določite točkovno oceno za povprečno starost odseljenih oseb
- Določite intervalno oceno za povprečno starost odseljenih oseb pri stopnji tveganja 0,05.
- Ocenite pri stopnji tveganja 0,05 hipotezo, da je povprečna starost odseljenih oseb nižja od 35 let
- Grafično prikazite obravnavane podatke.

Naloga 2.3

Delovna doba brezposelnih oseb je prikazana za leto 1980 v naslednji tabeli (Vir: Statistični letopis RS 1994, Str.: 202)

Delovna doba		število					
Nad	do vključno	(v tisoč)					
0	5	4,1					
5	10	1,7					
10	20	1,7					
20	30	0,5					
nad 30		0,1					
	Skupaj	8,1					

- Grafično predstavite prikazan pojav
- Določite točkovno oceno za delež brezposelnih z delovno dobo manjšo ali enako 15 let
- Določite intervalno oceno za delež brezposelnih z delovno dobo manjšo ali enako 15 let pri stopnji tveganja 0,05.
- Ocenite pri stopnji tveganja 0,05 hipotezo, da je delež brezposelnih z delovno dobo večjo od 20 let večji od 10%
- Grafično prikažite obravnavane podatke

Naloga 2.4

Pri spremljanju neto plač so v zavodu so ugotovili višino mesečnih plač na vzorcu 50 zaposlenih .

Neto plača (v tisoč DE)	Število zaposlenih f _j						
40 do pod 80	5						
80 do pod 120	7						
120 do pod 160	10						
160 do pod 200	12						
200 do pod 240	13						
240 do pod 280	3						
	50						

Iz podatkov za vzorec :

- Določite intervalno oceno za delež plač nižjih od 120 tisoč DE pri stopnji tveganja 0,05.
- Določite točkovno oceno za vrednost mesečnih plač 3500 zaposlenih v zavodu,
- Določite oceno najnižje možne vrednosti denarnih sredstev za mesečne plače 3500 zaposlenih , pri stopnji tveganja 0,05
- Ali lahko zavrnemo hipotezo, da je povprečna plača višja od 200 tisoč DE, pri stopnji tveganja 0,05.

Naloga 2.5

Delovna doba brezposelnih oseb je prikazana za leto 1992 v naslednji tabeli (Vir: Statistični letopis RS 1994, Str.: 202)

Delovna doba		število					
Nad	Do vključno	v tisoč					
0	2	22,2					

2	3	4,5					
3	5	7,7					
5	10	18,9					
10	20	30,0					
20	30	19,2					
Nad 30		6,0					
	Skupaj	108,5					

- a) Grafično predstavite prikazan pojav
b) Določite točkovno oceno za delež brezposelnih z delovno dobo večjo 10 let
c) Določite intervalno oceno za delež brezposelnih z delovno dobo večjo 10 let pri stopnji tveganja 0,05.
d) Ocenite pri stopnji tveganja 0,05 hipotezo, da je delež brezposelnih z delovno dobo večjo od 20 let večji od 20%

Naloga 2.6

Leta 1971 je bilo v Sloveniji 1727 tisoč prebivalcev, leta 1981 pa 1892 tisoč prebivalcev (Vir: Statistični letopis RS 1994, stran 64). Določimo

- a) letno stopnjo naravne rasti za prebivalstvo Sloveniji v obdobju 1971-1981,
b) oceno števila prebivalstva za leto 1961 in 2000.

) V tabeli so podatki o številu sistemiziranih delovnih mest v nekaj UE v Sloveniji za leto 1996 (Vir: Upravna statistika 1996)

Število sistemiziranih delovnih mest v UE		Število UE				
Od	do pod	fj				
25	30	1				
30	35	8				
35	40	9				
40	45	5				
45	50	6				
50	55	1				
		30				

Iz podatkov za vzorec :

- a) določite točkovno oceno za povprečno število sistemiziranih delovnih mest za UE (aritmetično sredino)
b) določite intervalno (dvostransko) oceno za aritmetično sredino pri tveganju 0,05 .
c) ali lahko zavrnemo hipotezo, da je bilo v povprečju 45 sistemiziranih delovnih mest na UE pri stopnji tveganja 0,05 .

Naloga 2.7

Za 70 občin smo zbrali podatke o površini (za dne 31.12.1996) in jih uredili v frekvenčno porazdelitev (Vir: GURS, SURS, preračuni ZMAR, Delovni zvezek ZMAR):

Površina (v km ²)		Število občin				
nad	do	fj				
0	50	12				
50	100	18				
100	150	17				
150	200	10				
200	250	5				
250	300	5				
300	350	2				
350	400	1				
SKUPAJ		70				

Iz podatkov za vzorec občin :

- a) določite točkovno oceno za povprečno površino občine,
 b) določite enostransko oceno za aritmetično sredino pri tveganju 0,05 in jo komentirajte .
 c) ali lahko zavrnemo hipotezo, da je bila povprečna velikost občine večja od 160m² pri stopnji tveganja 0,01

Naloga 2.8

Za 70 občin smo zbrali podatke o površini (Vir: Statistični letopis Republika Slovenija 2000) in ugotovili da je začetek leta 2000 bila pri 55 občinah površina manjša od 200 km².

Ugotovite:

- a) a) točkovno oceno za delež občin manjših od 200 km²,
 b) b) intervalno oceno pri tveganju 0,05 za delež občin manjših od 200 km²,
 c) c) ocenite število občin, manjših od 200 km², če vemo da je bilo na ta datum v Sloveniji 193 občin.

Naloga 2.9

V zavodu A smo zbrali vzorec 100 uslužbencev, v zavodu B pa vzorec 160 uslužbencev. Plače uslužbencev v obeh zavodih smo uredili v frekvenčno porazdelitev. Frekvenčni porazdelitvi sta navedeni v tabeli

			Zavod A			Zavod B	
Vrednost plače (tisoč.sit)			Število uslužbencev			Število uslužbencev	
od	do pod	\bar{y}	f_j			f_j	
50	100	75	15			10	
100	150	125	20			15	
150	200	175	25			60	
200	250	225	30			65	
250	300	275	10			10	
			100			160	

- a) a) Določite točkovno oceno za razliko povprečnih plač v obeh zavodih,
 b) b) Določite intervalno oceno za razliko med povprečnimi plačami v obeh zavodih pri stopnji tveganja 0,05
 c) c) Pri stopnji tveganja 0,05 ocenite hipotezo, da so povprečne plače v obeh zavodih enake.

Naloga 2.10

Selitev prebivalstva iz občin prikazujemo za leto 1993 z vzorcem v naslednji tabeli (Vir: Statistični letopis RS 1994, Str.: 95)

Starost				
Nad	do vključno	Število		
15	25	9		
25	35	14		
35	45	29		
45	55	27		
55	65	21		
	Skupaj	100		

- a) Grafično predstavite prikazan pojav
- b) Določite točkovno oceno za povprečno starost odseljenih oseb
- c) Določite intervalno oceno za povprečno starost odseljenih oseb pri stopnji tveganja 0,05.
- d) Ocenite pri stopnji tveganja 0,05 hipotezo, da je povprečna starost odseljenih oseb nižja od 35 let

Naloga 2.11

Delovna doba brezposelnih oseb je prikazana za leto 1980 v naslednji tabeli (Vir: Statistični letopis RS 1994, Str.: 202)

Delovna doba		število				
Nad	Do vključno	(v tisoč)				
0	5	4,1				
5	10	1,7				
10	20	1,7				
20	30	0,5				
nad 30		0,1				
	Skupaj	8,1				

- a) Grafično predstavite prikazan pojav
- b) Določite točkovno oceno za delež brezposelnih z delovno dobo manjšo ali enako 10 let
- c) Določite intervalno oceno za delež brezposelnih z delovno dobo manjšo ali enako 10 let pri stopnji tveganja 0,05.
- d) Ocenite pri stopnji tveganja 0,05 hipotezo, da je delež brezposelnih z delovno dobo večjo od 20 let večji od 10%

Naloga 2.12

V zavodu A smo zbrali vzorec 110 uslužbencev in podatke o njihovih mesečnih plačah uredili v frekvenčno porazdelitev.

Vrednost plače (tisoč.si)		Število uslužbencev				
od	do pod	f_j				
50	100	15				
100	150	20				
150	200	35				
200	250	30				
250	300	10				
		110				

- d) Določite točkovno oceno za povprečno mesečno plačo,
- e) Določite točkovno oceno za delež zaposlenih, ki ima mesečno plačo nižjo od 150 tisoč,
- f) Ocenite potrebna finančna sredstva za izplačilo mesečnih plač 180 zaposlenim

3. GOSPODARSKI RAČUN

Delitveni in zmesni račun

Naloga 3.1

Organizacijska enota nabavlja tri vrste materiala (M1, M2 in M3) pri dveh dobaviteljih (D1 in D2).

Količine nabavljenega materiala in cene so razvidne v tabeli:

13

Količine	M1	M2	M3	ton
D1	14	22	38	
D2	45	66	45	

Cene			DE
D1	120	180	380
D2	100	220	440

Določite:

- Povprečne nabavne cene za posamezen material
- Določite kakšno razmerje količin nabave pri obeh dobaviteljih mora biti, če želimo, da bo povprečna cena za M1 enaka 105, za M2 enaka 195 in za M3 enaka 430
- V kakšnem razmerju bi naložili 8 ton materiala M1, če je račun znašal 900 DE

Naloga 3.2

Pri pripravi na investicijo podjetje ugotovi da bo poslovalo pod pogoji:

Obseg storitev	Količina (dni)				
S1	20				
S2	50				
S3	250				
S4	38				
Skupaj	358				

- Razdelite strošek skladiščenja v višini 4296 DE na vse vrste storitev premo sorazmerno z obsegom.
- Razdelite strošek opravljenih pripravljalnih stroškov 8000 DE na vse vrste storitev v obratnem sorazmerju glede na obseg storitev

Obrestno obrestovanje

Primer 3.1

Ustanova se pripravlja na investicijsko vlaganje v nove proizvodne zmogljivosti. Začetek vlaganja bo po terminskem planu v letu 2000. Obrestna mera je 11%.

Finančni tok vlaganj in donosov prikazuje naslednja tabela.

Leto	2000	2001	2002	2003	2004
Vlaganja (000 DE)	600	700	200		
Donosi (000 DE)			600	600	800

- a) Določite neto sedanjo vrednost investicije pri 11% letni obrestni meri
- b) Določite diagram neto sedanjih vrednosti
- c) Določite internno stopnjo donosnosti investicije.

$$NSV = \sum_{i=0}^n \frac{D_i}{r^i} - \sum_{i=0}^n \frac{V_i}{r^i}$$

r = 1,11

	14 OBDOBJA				
n=	1	2	3	4	5
r ⁿ =	1,11	1,23	1,37	1,52	1,69
SVV (000 DE) =	540,54	568,14	146,24	0,00	0,00
SVD (000 DE)=	0,00	0,00	438,71	395,24	474,76
SVV (000 DE)=	1254,91				
SVD (000 DE)=	1308,71				
NSV = SVD - SVV=	53,80(000 DE)				

p = 20%

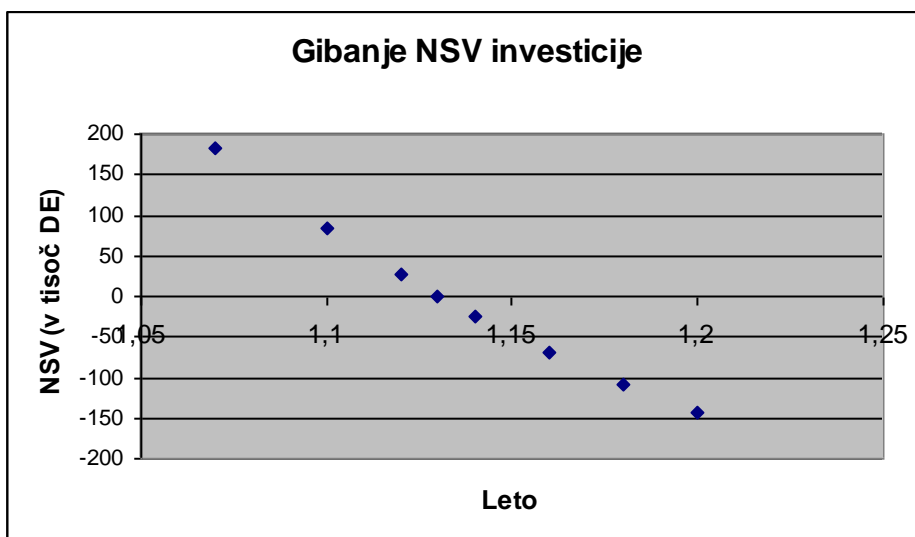
$$NSV = \sum_{i=0}^n \frac{D_i}{r^i} - \sum_{i=0}^n \frac{V_i}{r^i}$$

r = 1,201

Leto	2000	2001	2002	2003	2004
Vlaganja (000 DE)	600	700	200		
Donosi (000 DE)			600	600	800

	15 OBDOBJA				
n=	1	2	3	4	5
r ⁿ =	1,20	1,44	1,73	2,07	2,49
SVV (000 DE) =	500,00	486,11	115,74	0,00	0,00
SVD (000 DE)=	0,00	0,00	347,22	289,35	321,50
SVV (000 DE)=	1101,85				
SVD (000 DE)=	958,08				
NSV = SVD - SVV=	-143,78(000 DE)				

p	R	NSV (000 DE)
7	1,07	182,5
10	1,10	83,1
12	1,12	26,2
13	1,13	0,24
14	1,14	-24,2
16	1,16	-68,9
18	1,18	-108,6
20	1,20	-143,8



Naloga 3.3

Podjetje se pripravlja na investicijsko vlaganje v nove proizvodne zmogljivosti. Obstajata dve investicijski varianti; Varianta A in Varianta B.

Varianta A:

Leto	2000	2001	2002	2003	2004
Vlaganja (000 DE)	800	900	200	150	
Donosi (000 DE)		120	700	700	1000

Varianta B:

Leto	2000	2001	2002	2003
Vlaganja (000 DE)	1800	200		
Donosi (000 DE)		900	900	800

- e) Za varianto A izračunajte NSV pri 6% letni obrestni meri,
 f) Za varianto A izračunajte ISD - interno stopnjo donosnosti investicije.
 g) Ugotovite katera od variant je ekonomsko zanimivejša, Varianta A ali varianta B

Naloga 3.4

Ob začetku leta 1971 smo si sposodili 8400 DE pod naslednjimi pogoji:

- dekurzivna letna obrestna mera je enaka 5% in letna kapitalizacija
 - posojilo (glavnico in obresti) vrnemo s štirimi anuitetami, v začetku let 1976, 1977, 1978 in 1979,
- Za navedeno posojilo:

- a) Izračunajte višino dolga v začetku leta 1975,
 b) Naredite amortizacijski načrt če vračamo posojilo v začetku let 1976, 1977, 1978 in 1979 z enakimi razdolžninami

Naloga 3.5

Podjetje si je ob začetku leta 1990 sposodilo 9000 DE, v začetku leta 1995 pa vrnilo 5000 DE. Ves čas so obračunavali obresti po 12% dekurzivni letni obrestni meri in letni kapitalizaciji.

Za navedeno posojilo:

- a) Izračunajte višino dolga (glavnica s pripadajočimi obrestmi) v začetku leta 1997,

b) Naredite amortizacijski načrt če vračamo posojilo v začetku let 1999, 2000, 2001 in 2002 z enakimi razdolžninami

2) V začetku leta 1980 smo si sposodili 400 tisoč DE. V začetku 1986 vrnili 100 tisoč DE. Letna obrestna mera je 12%. Obrestovanje je dekurzivno in letna kapitalizacija obresti. Dolg smo vračali z enakimi anuitetami v začetku leta 1987, 1988, 1989 in 1990.

Ugotovite :

- d) d) Stanje dolga konec leta 1986
- e) e) Višino anuitete
- f) f) amortizacijski načrt.

Naloga 3.6

V začetku let 1993, 1994, 1995 in 1996 smo vlagali po 1000 tisoč sit v banko pri 8% dekurzivni letni obrestni meri. Banka bo privarčevana sredstva izplačala:

- a) a) s 60 mesečnimi obroki ob upoštevanju konformne obrestne mere (za nespremenjeno letno obrestno mero 8%), in začetkom izplačevanja v začetku leta 2000; izračunajte višino mesečnega zneska.
- b) b) z desetimi letnimi obroki, nespremenjeni obrestni meri in pričetkom izplačevanja v začetku leta 1998; izračunajte višino letnega zneska.

Naloga 3.7

Ob začetku leta 1981 smo si sposodili 5.400 DE konec leta 1983 smo vrnili 2000 DE. Obrestna mera je 5% (dekurzivna) in letna kapitalizacija. Ugotovite :

- a) a) Stanje dolga konec leta 1986
- b) b) Višino anuitete, če bomo v a) izračunani dolg vračali s četrletnimi enakimi postnumerando zneski, pri 5% dekurzivni letni obrestni meri in konformnem izpodletem obrestovanju, dve leti (v letih 1987 in 1988, prvi obrok 31.3.1987).
- c) c) Naredite za v b) določene pogoje vračanja dolga ,amortizacijski načrt.

Naloga 3.8

Razpolagamo z 2000 tisoč sit. Zanima nas:

- a) a) Kakšen znesek bomo imeli na hranilni knjižici, če ga v banko vežemo za pet let pri 7% dekurzivni letni obrestni meri.
- b) b) Kolikšna bi morala biti dekurzivna letna obrestna mera, če bi želeli po treh letih imeti na banki 2600 tisoč sit.
- c) c) Koliko časa bi morali pustiti vezano vlogo, če bi želeli da pri 7% dekurzivni letni obrestni vloženi denar z obrestmi doseže znesek 2800 tisoč sit.
- d) d) Kakšen znesek bi morali danes vložiti v banko, da bi čez pet let, pri 7% dekurzivni letni obrestni meri vezan znesek skupaj z obrestmi znašal 5000 tisoč sit.

Naloga 3.9

V začetku let 1993, 1994, 1995 in 1996 smo vlagali po 2000 tisoč sit v banko pri 6% dekurzivni letni obrestni meri. Banka bo privarčevana sredstva izplačala:

- a) a) s 72 mesečnimi obroki ob upoštevanju mesečne obrestne mere (konformne ali relativne za nespremenjeno letno obrestno mero 6%), in začetkom izplačevanja v začetku leta 2000; izračunajte višino mesečnega zneska.
- b) b) z desetimi letnimi obroki, nespremenjeni obrestni meri in pričetkom izplačevanja v začetku leta 1999; izračunajte višino letnega zneska.

Naloga 3.10

Podjetje se pripravlja na investicijsko vlaganje v nove proizvodne zmogljivosti. Začete vlaganja bi po terminskem planu bilo lahko v letu 2000. Finančni tok vlaganj in donosov prikazuje naslednja tabela:

Leto	2000	2001	2002	2003	2004
Vlaganja (000 DE)	600	700	200		
Donosi (000 DE)			600	600	800

Za navedene podatke o finančnem toku obravnavane investicije nas zanima:

- a) a) NSV investicijskega projekta pri 6% letni obrestni meri,
- b) b) ISD - interno stopnjo donosnosti investicije.
- c) c) Za koliko se spremeni ISD če prvi dve leti vlaganj opravimo v enem letu, kar je razvidno iz tabele:

Leto	2000	2001	2002	2003
Vlaganja (000 DE)	1300	200		
Donosi (000 DE)		600	600	800

Naloga 3.11

V začetku let 1993, 1994, 1995 in 1996 smo vlagali po 1000 tisoč sit v banko pri 8% dekurzivni letni obrestni meri (letna kapitalizacija). Privarčevana sredstva banka lahko izplača na različne načine, zanimajo nas višine izplačil za naslednje primere:

- c) c) z enkratnim zneskom konec leta 1997,
- d) d) z desetimi (postnumerando) polletnimi obroki ob upoštevanju konformne obrestne mere (za nespremenjeno letno obrestno mero 8%), in začetkom izplačevanja v letu 2000; izračunajte višino polletnega zneska.
- e) e) z desetimi letnimi obroki, nespremenjenim načinom obrestnovanja in pričetkom izplačevanja v začetku leta 1998; izračunajte višino letnega zneska.

Naloga 3.12

Leta 1981 je bilo v Sloveniji 1892 tisoč prebivalcev, leta 1991 pa 1966 tisoč prebivalcev (Vir: Statistični letopis RS 1994, stran 64). Določimo

- a) letno stopnjo naravne rasti za prebivalstvo Sloveniji v obdobju 1981-1991,
- b) oceno števila prebivalstva za leto 1995.
- c) pred koliko leti je bilo v Sloveniji po the podatkih 1800 tisoč prebivalcev

Naloga 3.13

Leta 1971 je bilo v Sloveniji 1727 tisoč prebivalcev, leta 1981 pa 1892 tisoč prebivalcev (Vir: Statistični letopis RS 1994, stran 64). Določimo

- a) letno stopnjo naravne rasti za prebivalstvo Sloveniji v obdobju 1971-1981,
- b) oceno števila prebivalstva za leto 1990.